

В. Г. В ы с о т и н а (Москва, ОПиПМ). **Численное моделирование развития турбулентности в закрученном течении воздуха.**

УДК 533

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2023.30.1_1

Резюме: Численное исследование перестройки структуры ламинарного закрученного течения воздуха в закрученное ламинарное с турбулентностью течение, состоящее из двух, движущихся навстречу друг другу потоков, разделенных границей, было проведено, чтобы попытаться понять механизм процессов, приводящих к такой перестройке. Для исследования был рассмотрен процесс установления решения во времени, используемый в методе Годунова. В процессе установления решения была выявлена область движения потока в сторону повышенного давления на выходе, что обусловило появление структуры ламинарно-турбулентного течения, содержащей «распад вихря» в виде двух разделенных границей разнонаправленных потоков.

Ключевые слова: воздух, распад вихря, закрутка, структура, постоянный угол закрутки, длинная труба, метод Годунова.

В работе использован вид задания закрутки $\text{tg}(\alpha) = \text{const}$, т.е. постоянное значение закрутки по высоте входного сечения канала. C_n — нормальная к входному сечению скорость, α — угол закрутки, а R — внешний и R_i — текущий радиусы трубы. Получено решение при значении отношения давлений $(P_{\text{вых}})/P_0 = 0,990$ для угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$. Используемый метод Годунова и постановка задачи опубликованы в [1]. Моделирование закрученного течения воздуха выполнялось в осесимметричной трубе длиной 1 метр с радиусом 0,04м [2]. Применена разностная сетка равномерная по длине и ступающая к оси и внешнему обводу по радиусу, состоящая из 201×21 узлов. Используются параметры торможения: $P_0 = 100500,8$ Па; $\rho_0 = 1,1945$ кг/м³; $\kappa = 1,4$; $RG = 287,15$ м²/(с² · °K); $Re \approx 10^4 \div 10^5$.

Результаты изучения распада вихря в прямой трубе для постоянного во входном сечении угла закрутки ($\text{tg}(\alpha) = \text{const}$) сравнивались с опытными данными Shigeo Uchida [2], Саркава 1971а [3] и расчетом Grabowski W. J. и Berger S. A. (Navier–Stokes) [4]. В [2] представлены экспериментально полученные профили осевой и окружной скорости в окрестности пузыря в длинной трубе (1 метр) при течении закрученного воздуха. Сравнение результатов расчетов выполнено для случаев профилей осевой и окружной скорости перед пузырем, в середине и за пузырем. Фотография полученного Саркава [3] в закрученном потоке воды пузыря экспериментально и пузырь, полученный Grabowski W. J. и Berger S. A. [4] в результате расчетов распада вихря в трубе с использованием стационарных уравнений Navier–Stokes (число Рейнольдса равнялось 200), визуально качественно согласуются с результатами расчетов автора [5–8].

Изучение закрученного течения воздуха при задании вида закрутки $\text{tg}(\alpha) = \text{const}$ [5] показало, что в диапазоне углов закрутки $\alpha = 16^\circ \div 40^\circ$ происходит перестройка потока — расход становится отрицательным и структура течения меняется. Имеют место в канале два потока — один у верхней стенки, закрученный, движущийся по направлению к выходному сечению, и второй, движущийся по направлению к входному сечению.

Решение считается полученным, если в результате итераций ошибка по давлению в области расчета не превышает некоторой заданной величины Er , т. е. поле давлений при данном шаге по времени не отличается от поля давления на предыдущем шаге больше чем на Er . В случае закрутки $\alpha = 17,62^\circ$ заданная ошибка по давлению, величина $Er = 0,67 \cdot 10^{-6}$, была достигнута при числе итераций $Nt = 445400$. При значении угла закрутки $\alpha = 17,62^\circ$, решение — это ламинарное течение потока в канале, единственной особенностью которого является утолщение линий тока около оси канала, обусловленное уменьшением значения давления и увеличением значений осевой составляющей скорости при приближении к оси канала. На рис. 1а показано изменение расхода воздуха G (кг/с) в диапазоне углов закрутки на входе $\alpha = 10 \div 85^\circ$. Для угла закрутки $\alpha = 17,62^\circ$ на рис. 1б изображено поле векторов скорости в канале и на рис. 1с фрагмент поля на выходе из канала у оси.

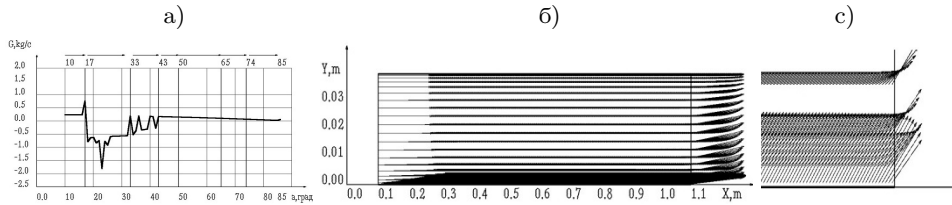


Рис. 1. а) Изменение расхода воздуха G (кг/с) в зависимости от угла закрутки на входе. б) Поле скоростей в случае угла закрутки $\alpha = 17,62^\circ$. в) Фрагмент поля скоростей на выходе из канала у оси.

В случае закрутки $\alpha = 17,63^\circ$ заданная ошибка по давлению, величина $Er = 0,66 \cdot 10^{-4}$, была достигнута при числе итераций $Nt = 1137800$. Решение — в канале имеют место два потока — один у верхней стенки, закрученный на входе, движущийся по направлению к выходному сечению, и второй, ламинарный, движущийся по направлению к входному сечению. Перестройка потока от ламинарного течения при $\alpha = 17,62^\circ$ к разделенному потоку при $\alpha = 17,63^\circ$ произошла внезапно, как бы скачком, после изменения значения угла на величину $0,01^\circ$. Полученное решение содержит границу между потоками, представляющую собой классический контактный разрыв [9], при котором газ через границу не течет. Профиль давления непрерывен, но имеет точку экстремума (производная равна нулю), а профили плотности и скорости имеют разрыв в месте контактного разрыва. На рис. 2 и 3 показан результат расчета при задании угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$. Процесс получения данного решения потребовал 1137800 шагов по времени. Поле скоростей такого течения в канале для закрутки $\alpha = 17,63^\circ$ приведено на рис. 2. Профили давления, плотности и осевой скорости представлены на рис. 3.

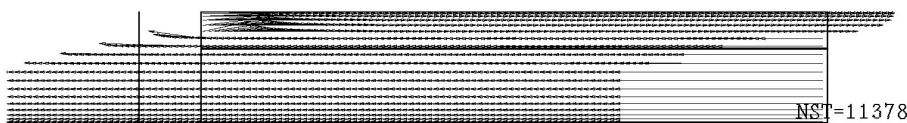


Рис. 2. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$. Поле скоростей — два потока, разделенные границей, — один у верхней стенки, закрученный на входе, движущийся по направлению к выходному сечению, и второй, ламинарный, движущийся по направлению к входному сечению.

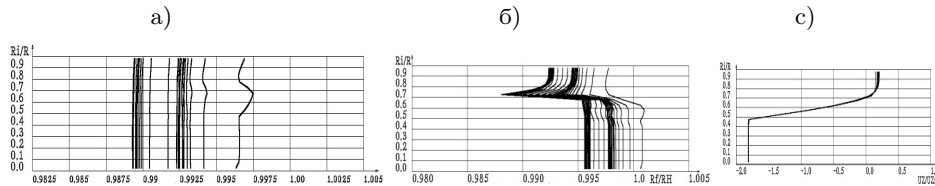


Рис. 3. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$. Профили: а) давления, имеется точка экстремума б) плотности, имеется разрыв; в) профиль осевой скорости, имеющий точку перегиба.

На рис. 4 показан процесс установления по давлению для $\alpha = 17,62^\circ$ (а) и для $\alpha = 17,63^\circ$ (б). Для угла закрутки $\alpha = 17,62^\circ$ установление решения произошло при шаге по времени равном $Nt = 445400$. (масштаб на оси абсцисс $Nt/100$). Для угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$ — при шаге по времени $Nt = 1137800$.

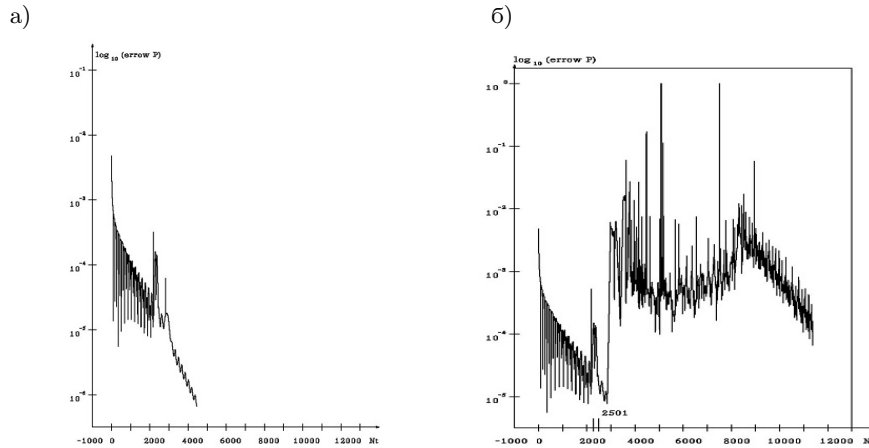


Рис. 4. Время установления решения по давлению $Nt = 445400$ для угла закрутки $\alpha = 17,62^\circ$ (а) и $Nt = 1137800$ для угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$ (б).

Проследить во времени процесс получения представленного выше решения для угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$ от состояния течения в покое до результата, показанного на рис. 3 и 4, можно получая промежуточные результаты подобно фотографированию или киносъемке.

На рис. 5а показаны кривые средних значений давления на входе и выходе из канала в зависимости от шага по времени Nt . Кривая градиента давления ($P_{ср\text{вых}} - P_{ср\text{вх}}$) изображена на рис. 5б.

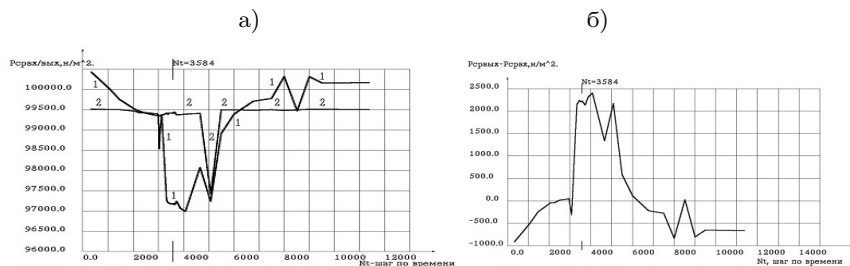


Рис. 5. а) Давление $P_{ср\text{вх}}$ — 1 и $P_{ср\text{вых}}$ — 2. б) Градиент давления ($P_{ср\text{вых}} - P_{ср\text{вх}}$) в процессе установления решения по времени. Шаг по времени изменялся от $Nt = 34100$ до $Nt = 1137800$. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

Из анализа графиков следует, что в диапазонах шагов $34100 \div 228100$ и $800600 \div 1137800$ значения давления на входе выше значений давления на выходе. Эти диапазоны являются областями, где градиент давления $(P_{срвх} - P_{срвх}) \leq 0,0$. Согласно признакам турбулентности Прандтля [10], в этих диапазонах шагов течение должно быть ламинарным. В диапазоне шагов $300000 \div 600000$ значения среднего давления на выходе выше, чем среднего давления на входе, т. е., согласно Прандтлю, имеет место течение в сторону повышенного давления, которое может быть турбулентным. В этом диапазоне шагов градиент давления $(P_{срвх} - P_{срвх}) > 0,0$.

Кривая изменения среднего по потоку значения завихренности $W_\theta = \partial C_r / \partial z - \partial C_z / \partial r$ в зависимости от шага по времени установления решения, для заданного на входе угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$, приведены на рис. 6а.

Кривые распределения средних значений числа Рейнольдса на входе и выходе из канала, в зависимости от шага по времени установления решения, для заданного на входе угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$, показаны на рис. 6б.

Число Рейнольдса — отношение сил инерции к силам трения, рассчитывается как $Re = U \cdot R / \nu$, где U (м/с) — средняя скорость на входе, R (м) — радиус, $\nu = \mu / \rho$ — коэффициент кинематической вязкости, $\mu = 1,78 \cdot 10^{-5}$ (н · сек/м²) — коэффициент динамической вязкости, ρ (кг/м³) — плотность. Силы инерции, состоящие в данном случае из суммы касательных и центробежных сил, рассчитываются как $\rho \cdot U^2 / R$ (кг · м/с²), содержащих в сумме центробежную силу $\rho \cdot U_T^2 / R$, U_T — окружная скорость на входе. Силы трения получаются по формуле $\mu \cdot U / R^2$. Средние значения рассматриваемых величин в выходном сечении канала вычисляются по средним параметрам выходного сечения.

На рис. 6 представлены графики кривых средней по потоку завихренности, кривые значений числа Рейнольдса, сил касательной и центробежной во входном и выходном сечениях канала в процессе установления решения по времени. В диапазоне шагов $Nt \approx 304000 \div 408000$, кривая завихренности W_θ (6а) имеет максимум, а кривые $Re_{срвх}$ и $Re_{срвх}$ (6б) минимум. В этом же диапазоне шагов имеет минимум кривая среднего давления на входе $P_{срвх}$ (рис. 5а) и максимум градиент давлений $(P_{срвх} - P_{срвх})$ (рис. 5б). На рис. 6с изображены кривые касательной и центробежной сил. В диапазоне шагов $Nt \approx 341000 \div 308000$, значения обеих сил возрастают, кривая касательной силы значительно больше, чем центробежной. В диапазоне шагов $Nt \approx 308000 \div 358400$ происходит резкое уменьшение значений касательной силы и увеличение значений центробежной. Резкое увеличение значений касательной силы в диапазоне шагов $Nt \approx 358400 \div 408000$ и уменьшение значений центробежной силы свидетельствует о том, что касательная сила в составе инерционных сил стала преобладающей, тогда как центробежная сила уменьшается практически до нулевых значений к концу процесса установления решения по времени (см. рис. 6с).

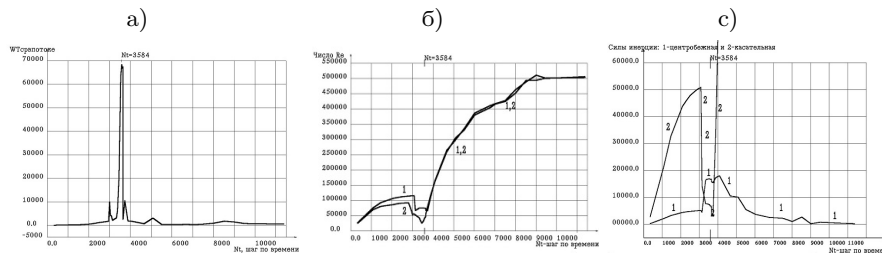


Рис. 6. а) Кривая средней по потоку завихренности $W_{срвпот}$ (а) и средних значений числа Рейнольдса на входе $P_{срвх}$ и выходе $P_{срвх}$ из канала (б) кривые центробежной — 1 и касательной — 2 сил (с) в процессе установления решения по времени. Шаг по времени изменялся от $Nt = 34100$ до $Nt = 1137800$. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

Рассмотрим последовательно изменение полей скоростей и других параметров в процессе установления решения по времени.

На рис. 7а показано поле скоростей ламинарного течения для шага по времени $Nt = 208100$ из диапазона шагов $34100 \div 228100$, и фрагмент этого поля скоростей (рис. 7б) у оси канала, где имеется сгущение линий тока и увеличение значений скорости.

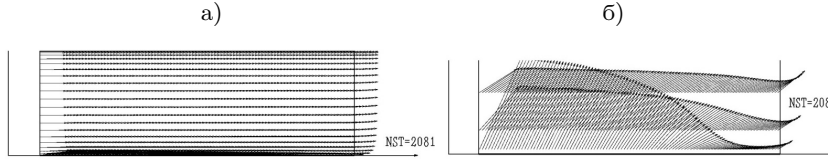


Рис. 7. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$. Поле скоростей (а) и фрагмент поля у оси канала (б). Ламинарное течение в диапазоне шагов $34100 \div 228100$. Шаг по времени $Nt = 208100$.

В диапазоне шагов $228100 \div 304100$ средние давления на выходе и входе становятся равными (рис. 5), а градиент давления ($P_{\text{срвых}} - P_{\text{срвх}}$) $\approx 0,0$. На рис. 8а показано поле скоростей ламинарного течения, на шаге по времени $Nt = 250100$ имеющего особенность — на выходе из канала у оси образовалась маленькая зона возвратного течения, хорошо заметная на рис. 8б, где показан фрагмент поля скоростей.

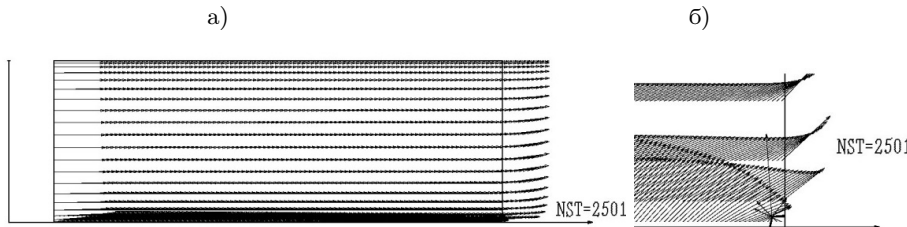


Рис. 8. Поле скоростей (а) и фрагмент поля у оси канала (б). Ламинарное течение в диапазоне шагов $228100 \div 304100$. Шаг по времени $Nt = 250100$. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

Дальнейшее образование зоны возвратного течения в ламинарном закрученном потоке показано на рисунке 9, где представлены фрагменты полей скорости для шагов $Nt = 228100, 295100, 300000, 308100$. Течение около строящейся границы отрыва является не ламинарным.

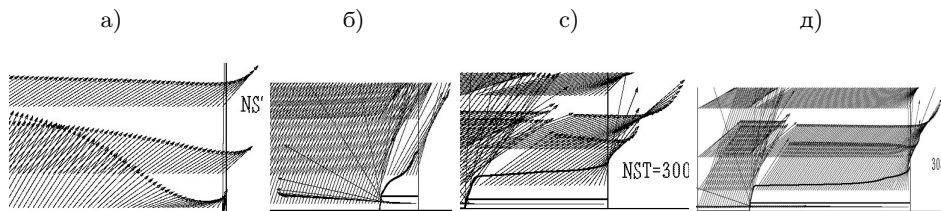


Рис. 9. Фрагменты поля скоростей у оси канала для шагов по времени $Nt = 228100$ (а), 295100 (б), 300000 (с), 308100 (д). Ламинарное течение в диапазоне шагов $228100 \div 301400$. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

На рис. 10а показано поле скоростей ламинарного течения, имеющего у оси канала зону возвратного течения, имеющую границу с основным закрученным потоком струю, протекающую от выхода к входу, и это хорошо видно рис. 9б.

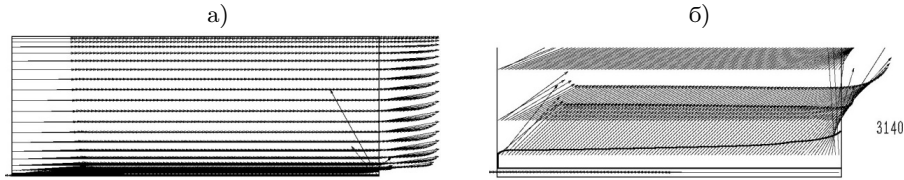


Рис. 10. Поле скоростей (а) и фрагмент поля у оси канала (б). Шаг по времени $Nt = 314000$. Ламинарное течение в диапазоне шагов $228100 \div 314000$. Полная струя от выхода канала до входа. Образование границы между двумя потоками. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

Процесс, происходящий в диапазоне временных шагов $Nt = 333200 \div 550300$, представляет собой течение в сторону повышенного давления — давление на выходе выше, чем давление на входе, градиент $(P_{\text{срвых}} - P_{\text{срвх}}) < 0$ (рис. 5). В этом диапазоне завихренность имеет максимум ($Nt = 358400$), число Рейнольдса минимум ($Nt \approx 314000 \div 388100$), а значения центробежной силы превышают значения силы касательной ($Nt \approx 333200 \div 373200$). Здесь происходит дальнейшее образование зоны возвратного течения. Граница зоны перемещается в сторону входного течения и вверх по сечению.

Поле скоростей и фрагмент поля для $Nt = 388100$ представлены на рис. 11. Ламинарное течение имеет участки турбулентности около границы зоны отрыва.

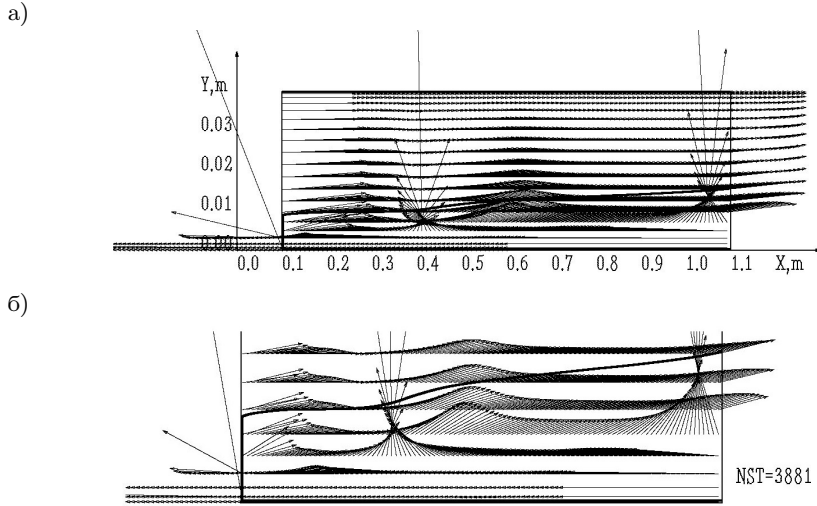


Рис. 11. Поле скоростей (а) и фрагмент поля у оси канала (б). Шаг по времени $Nt = 363800$. Ламинарное течение с участками турбулентности. Образование границы между двумя потоками. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

Градиенты давления во входном сечении $Dp_{\text{вх}}$ и на оси $Dp_{\text{оси}}$ канала показаны на рис. 12, обозначенные цифрами 1 и 2 соответственно. Градиенты $Dp_{\text{вх}}$ и $Dp_{\text{оси}}$ положительные в диапазоне временных шагов $Nt = 304100 \div 408200$, значительно возрастают и достигают максимального значения при $Nt = 408100$. Градиент давления $Dp_{\text{оси}}$ в диапазоне $Nt = 304100 \div 314000$ имеет значительные отрицательные значения, способствующие появлению отрыва потока от оси. И действительно, зона отрыва появляется (рис. 8, $Nt = 250100$) и развивается (рис. 11). Следовательно, в диапазоне шагов $Nt = 304100 \div 408200$ имеем обратный неблагоприятный градиент давления, приводящий к появлению возвратного течения, отрыва. В диапазоне $Nt = 408200 \div 900700$ сильный благоприятный градиент давления постепенно уменьшается, процесс образования возвратного потока и его границы растягивается и в

конечном итоге течение устанавливается в диапазоне $Nt = 900700 \div 1137800$ и становится практически ламинарным (рис. 2).

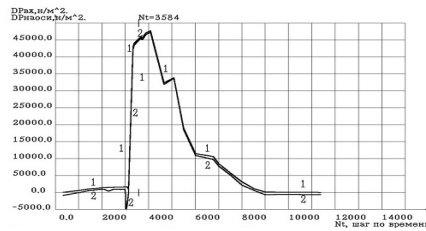
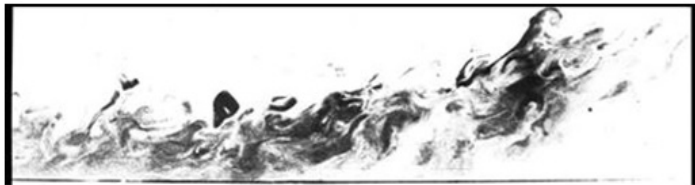


Рис. 12. Градиенты давления во входном сечении $Dp_{вх}$ — 1 и на оси $Dp_{оси}$ — 2 в канала в процессе установления решения по времени. Шаги по времени $Nt = 34100 \div 1137800$. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

На рис. 13а и 14а приведены два фото R. E. Falco из альбома M. van Dyke [11, рис. 164]. На фото рис. 13а показан отрыв турбулентного пограничного слоя, который образуется при сильном обратном градиенте. На рис. 13б — полученное в процессе установления решения на временном шаге $Nt = 408100$ поле скоростей и отрыв потока. На рис. 14а приведено второе фото, где показан ламинаризирующийся пограничный слой. Поле скоростей ламинарного течения с участками турбулентности, имеющие границу между потоками, образованное при постепенно уменьшающемся сильном благоприятном градиенте давления, показано на временном шаге $Nt = 950700$, рис. 14б.

а)



б)

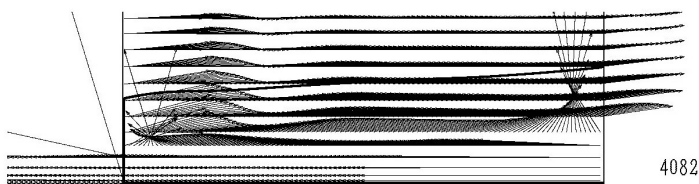


Рис. 13. Поле скоростей (а) и фрагмент поля у оси канала (б). Шаг по времени $Nt = 408100$. Ламинарное течение с участками турбулентности. Образование границы между двумя потоками. Визуальное сравнение с фото R. E. Falco из альбома M. van Dyke [11]. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

а)



б)

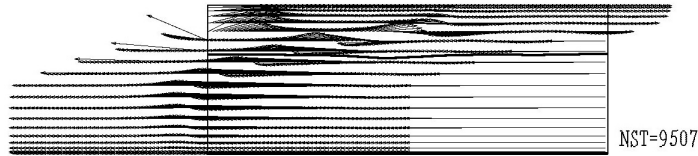


Рис. 14. Фото R. E. Falco из альбома M. van Dyke [11] — а. Поле скоростей ламинарного течения с участками турбулентности. Образование границы между двумя потоками — б. Шаг по времени $Nt = 950700$. Угол закрутки $\alpha = 17,63^\circ$.

Выводы:

Численное исследование процесса установления решения во времени, используемого в методе Годунова для получения стационарного решения задачи о течении закрученного потока воздуха в длинной трубе, показало, что

1. Процесс установления, в данном случае для угла закрутки $\alpha = 17,63^\circ$, имеет три области шагов по времени (рис. 5). Есть две области, где среднее давление на входе выше или равно среднему давлению на выходе, — это область шагов по времени $Nt = 34100 \div 308100$ — ламинарное течение и область $Nt = 900700 \div 1137800$ — течение из двух противоположно двигающихся потоков, ламинарное, имеющее элементы турбулентности.

2. Третьей областью, $Nt = 308100 \div 900700$, в которой среднее давление на выходе превышает среднее давление на входе (рис. 5), отличается тем, что движение потока происходит в сторону повышенного давления на выходе. Появление возвратного течения у оси и начало образования границы между потоками происходит вследствие возникновения и роста больших обратных неблагоприятных градиентов давления во входном сечении канала и на оси канала $Nt = 308100 \div 408200$. Сильный благоприятный градиент давления, постепенно уменьшающийся, при $Nt = 408200 \div 900700$ растягивает процесс образования возвратного потока и его границы, так как поток продолжает двигаться в сторону повышенного давления на выходе (рис. 12).

3. В диапазоне шагов $Nt = 900700 \div 1137800$, где давление на входе выше, чем давление на выходе, течение окончательно устанавливается и становится практически ламинарным. Получено установившееся ламинарное, почти не закрученное решение, состоящее из двух разнонаправленных потоков с незначительными элементами турбулентности, время установления $Nt = 1137800$ (рис. 2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Высотина В. Г.* Моделирование течения невязкого газа в осесимметричных каналах с поворотом потока на 180 и 540 градусов. — Матем. моделирование, 1996, т. 8, № 10, с. 25–34. // *Vysotina V. G.* Modelling of gas flow in the axisymmetrical channels with stream's turns on 180 and 540 degrees. — Math. Models Comput. Simul., 1996, v. 8, № 10, p. 25–34. (In Russian.)
2. *Shigeo Uchida, Yoshiaki Nakamura, Masataka Oshawa.* Experiments on the Axisymmetric Vortex Breakdown in a Swirling Air Flow. — Trans. Jap. Soc. Aeronaut and Space Sci., 1985, 27, № 78, p. 206–216.

3. *Sarpkaya T.* On stationary and travelling vortex breakdowns. — J. Fluid Mech., 1971, v. 45, pt. 3, p. 545–559.
4. *Grabowski W. J., Berger S. A.* Solutions of the Navier-Stokes equations for vortex breakdown. — J. Fluid Mech., 2002, v. 76, pt. 3, h. 525–544.
5. *Высотина В. Г.* Численное исследование структур распада вихря в длинной трубе. — Международная научная конференция по механике «Восьмые Поляховские чтения», 30 января–2 февраля 2018 г. Санкт-Петербург, Россия. Сборник тезисов, с. 103–104. // *Vysotina V. G.* The numerical investigation of structures of vortex breakdown in the long pipe. — International scientific conference on mechanics “The eighth Polyakhov’s reading”, January 30– February 2, 2018, Saint Petersburg, Russia, Book of abstracts, p. 103–104.
6. *Высотина В. Г.* О признаках появления турбулентности по Прандтлю в закрученном течении воздуха в длинной трубе. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2021, т. 28, в. 1, с. (в печати). // *Vysotina V. G.* About Prandtl’s evidence of a turbulence appearance in a swirling flow inside a long pipe. — OPPM Surv. Appl. Ind. Math., Moscow, 2021, v. 28, is. 1, p. (in print).
7. *Высотина В. Г.* Преобразование структуры распада вихря в длинной трубе, используя изменение вида закрутки на входе. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2021, т. 28, в. 2, с. (в печати). // *Vysotina V. G.* A transformation of the vortex breakdown’s structure using the change of the type of swirling in the entrance of the long pipe. — OPPM Surv. Appl. Ind. Math., Moscow, 2021, v. 28, is. 2, p. (in print.)
8. *Высотина В. Г.* Изучение появления турбулентности в закрученном течении воздуха в длинной трубе согласно признакам Прандтля. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2022, т. 29, в. 3, с. 262–275. // *Vysotina V. G.* Numerical modeling of Prandtl’s evidence of a turbulence appearance in a swirling air flow inside a long pipe. — OPPM Surv. Appl. Ind. Math., Moscow, 2022, v. 29 is. 3, p. 262–275.
9. *Овсянников Л. В.* Лекции по основам газовой динамики. М: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981, 368 с.
10. *Прандтль.* Гидроаэромеханика. М.: Издательство иностранной литературы, 1949, 520 с. // *Dr. Ludwig Prandtl.* Fuhrer durch die stromungslehre. Gottingen, 1944.
11. *М. Ван-Дайк.* Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986, 184 с. // An album of fluid motion. Assembled by Milton van Dyke. Department of Mechanical Engineering. Stanford University, Stanford, California. The Parabolic Press. Stanford. California. 1982, 176 p.

Поступила в редакцию
25.IX.2023

UDC 533

DOI https://doi.org/10.52513/08698325_2023_30_1_1

***Vysotina V. G.* (Moscow, Review of applied and industrial mathematics). The numerical modeling of a turbulence evolution in a swirling flow inside a long pipe.**

Abstract: A numerical investigation of structure’s transformation of laminar swirling air flow to laminar swirling air flow with turbulence-like inclusions, which consist of two streams are moving in contrary directions and having a borderline between them, has been undertaken in an attempt to understand the mechanisms responsible for it. The Godunov method’s unsteady process is being in progress of calculation’s solution has been used. During an unsteady process of calculation the motion in the direction of the higher pressure in the exit section and an appearance of the turbulence and swirling structure contains the “vortex breakdown” was obtained.

Keywords: air, vortex decay, twist, structure, constant twist angle, long tube, Godunov method.