

Е. Н. А р у т ю н о в А. А. К у д р я в ц е в Ю. Н. Н е д о л и в к о
(Москва, ФИЦ ИУ РАН, ВМК МГУ). **Преобразование Меллина в байесовских моделях баланса факторов, имеющих априорные распределения Крицкого–Менкеля.**

УДК 519.2

Резюме:

В докладе приводятся основные вероятностные характеристики индекса баланса в байесовской постановке в предположении, что негативный и позитивный факторы имеют априорные обобщенные гамма-распределения. Формулировка задачи эквивалентна изучению характеристик масштабной смеси обобщенных гамма-законов. Приводятся моментные характеристики и различные представления для плотности в терминах известных специальных функций. Метод анализа основан на применении преобразования Меллина и его обращении. Приводятся новые свойства гамма-экспоненциальной функции. Полученные результаты могут найти широкое применение в естественно-научных моделях, использующих для описания процессов и явлений распределения с положительным неограниченным носителем.

Ключевые слова: байесовский подход; обобщенное гамма-распределение; гамма-экспоненциальная функция; модели баланса; преобразование Меллина

Зачастую при исследовании функционирования большинства реальных систем удобно выделять два вида факторов, воздействующих на жизнедеятельность целевого объекта: класс способствующих правильному функционированию позитивных факторов и класс препятствующих функционированию негативных факторов. При этом систему можно назвать сбалансированной, если отношение воздействия негативных факторов к воздействию позитивных факторов близко к единице.

Факторы, влияющие на систему, как правило, меняются непредсказуемым образом в силу непостоянства состояния окружающей среды и могут рассматриваться как случайные величины, что, в свою очередь, дает возможность применять для анализа систем байесовский подход [1].

В широком классе моделей реальных процессов и явлений, использующих для описания объектов случайные величины с неограниченным односторонним носителем, свою адекватность показали распределения из гамма-класса, которые в обобщенном виде могут быть представлены как распределение Крицкого–Менкеля [2], имеющего плотность

$$f(x) = \frac{|v|x^{vq-1}e^{-(x/\theta)^v}}{\theta^{vq}\Gamma(q)}, \quad v \neq 0, \quad q > 0, \quad \theta > 0, \quad x > 0. \quad (1)$$

В случае, когда факторы имеют распределение (1), их отношение представляется в виде масштабной смеси обобщенных гамма-распределений, основные вероятностные характеристики которой (плотность, функция распределения, моменты) были описаны в [3] для случая разных знаков параметров формы распределений. Также в [3] было показано, что при параметрах формы одного знака нахождение плотности смеси сопряжено с принципиальными вычислительными трудностями.

В докладе обсуждается метод нахождения вероятностных характеристик масштабных смесей обобщенных гамма-распределений, основанный на вычислении преобразования Меллина смеси и его обращении.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-07-00655).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кудрявцев А. А.* Байесовские модели баланса. — Информатика и ее применения, 2018, т. 12, в. 3, с. 18–27.
2. *Крицкий С. Н., Менкель М. Ф.* Выбор кривых распределения вероятностей для расчетов речного стока. — Известия АН СССР. Отд. техн. наук, 1948, № 6, с. 15–21.
3. *Кудрявцев А. А.* Априорное обобщенное гамма-распределение в байесовских моделях баланса. — Информатика и ее применения, 2019, т. 13, в. 3, с. 27–33.

УДК 519.2

Arutunov E. N., Kudryvtsev A. A., Nedolivko Iu. N. (Moscow, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, CSC Lomonosov Moscow State University). **Mellin transformation in Bayesian models of balance of factors having a priori Kritsky–Menkel distributions**

Abstract:

The report presents the main probabilistic characteristics of the balance index in the Bayesian statement under the assumption that the negative and positive factors have a priori generalized gamma distributions. The statement of the problem is equivalent to studying the characteristics of a large-scale mixture of generalized gamma laws. The moment characteristics and various representations for density are given in terms of known special functions. The analysis method is based on the application of the Mellin transform and its inversion. New properties of the gamma-exponential function are presented. The results can be widely used in natural science models, which use distribution with a positive unlimited support to describe processes and phenomena.

Keywords: Bayesian approach, generalized gamma distribution, gamma-exponential function, balance models, Mellin transform