

А. А. Кудрявцев, О. В. Шестаков, С. Я. Шоргин
(Москва, ВМК МГУ, ФИЦ ИУ РАН). **Вычислительные аспекты исследования плотностей масштабных смесей обобщенных гамма-распределений.**

УДК УДК 519.2

Резюме: Доклад посвящен анализу основных вероятностных характеристик масштабной смеси обобщенных гамма-распределений. Особое внимание уделяется случаю, в котором распределения имеют параметры формы одинаковых знаков. Приводятся моментные характеристики и различные представления для плотности в терминах гамма-экспоненциальной функции, функций Фокса и Макдональда, а также обобщенной гипергеометрической функции. Метод анализа основан на применении преобразования Меллина и его обращении. Обсуждаются вычислительные аспекты нахождения рассматриваемых характеристик.

Ключевые слова: обобщенное гамма-распределение; гамма-экспоненциальная функция; смешанные распределения; преобразование Меллина; функция Фокса; гипергеометрическая функция

В современной практике моделирования реальных процессов и явлений методами теории вероятностей значимое место занимают распределения из гамма-класса, плотность которых в обобщенном виде может быть представлена как

$$f(x) = \frac{|v|x^{vq-1}e^{-(x/\theta)^v}}{\theta^{vq}\Gamma(q)}, \quad v \neq 0, \quad q > 0, \quad \theta > 0, \quad x > 0.$$

К распределениям гамма-типа относятся экспоненциальное распределение, χ^2 -распределение, гамма-распределение, полунормальное распределение, распределение Вейбулла–Гнеденко, распределение Рэлея, распределение Максвелла–Больцмана, χ -распределение, m -распределение Накагами, обратное распределение Рэлея, распределение Фреше и многие другие.

Важную роль при построении адекватных моделей явлений из широкого круга областей знания от теории надежности до демографии играют масштабные смеси распределений, в том числе и обобщенных гамма-распределений [1], основные вероятностные характеристики которых (плотность, функция распределения, моменты) были описаны в [2] для случая разных знаков параметров формы распределений. Также в [2] было показано, что при параметрах формы одного знака нахождение плотности смеси сопряжено с принципиальными трудностями вычисления интеграла

$$\int_0^\infty y^{r-1} e^{-(y/\alpha)^u - (y/\theta)^{-v}} dy.$$

В докладе обсуждаются вычислительные аспекты нахождения плотности масштабной смеси обобщенных гамма-распределений при помощи гамма-экспоненциальной функции и обратного преобразования Меллина, выражаемого в терминах H -функции Фокса и модифицированной функции Бесселя второго рода.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-07-00655).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кудрявцев А. А.* Байесовские модели баланса. — Информатика и ее применения, 2018, т. 12, в. 3, с. 18–27.
2. *Кудрявцев А. А.* Априорное обобщенное гамма-распределение в байесовских моделях баланса. — Информатика и ее применения, 2019, т. 13, в. 3, с. 27–33.

УДК 519.2

Kudryavtsev A. A., Shestakov O. V., Shorgin S. Ya. (Moscow, CSC Lomonosov Moscow State University, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences). **Computational aspects of density of a scale mixtures of generalized gamma distributions research**

Abstract:

The report is devoted to the analysis of the main probabilistic characteristics of a scale mixture of generalized gamma distributions. Particular attention is paid to the case in which distributions have shape parameters of identical signs. The moment characteristics and various representations for the density in terms of the gamma-exponential function, the Fox and MacDonald functions, as well as the generalized hypergeometric function are given. The analysis method is based on the application of the Mellin transform and its inversion. The computational aspects of finding the characteristics under consideration are discussed.

Keywords: generalized gamma distribution, gamma-exponential function, mixed distributions, Mellin transform, H-function, hypergeometric function