ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 27 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2020

Г. С. Осипов (Южно-Сахалинск, СахГУ). **Решение задач нечеткой диагностики в пакете символьной математики Wolfram Mathematica.**

УДК 004.891.3

Резюме: Представлены результаты исследований методологии решения нечетких реляционных уравнений, составляющих основу экспертных систем нечеткой диагностики. Проведена практическая апробация теоретических и методологических основ решения обратных задач в пакете символьной математики.

Ключевые слова: композиция нечетких соответствий, решение нечетких реляционных уравнений.

Пусть $\widetilde{A}(Q,R), \widetilde{X}(R,S), \widetilde{B}(Q,S)$ — нечеткие соответствия:

$$\widetilde{A} = \iint\limits_{Q\times R} \frac{\mu_{\tilde{A}}(q,r)}{(q,r)}, \quad \widetilde{X} = \iint\limits_{R\times S} \frac{\mu_{\tilde{X}}(r,s)}{(r,s)}, \quad \widetilde{B} = \iint\limits_{Q\times S} \frac{\mu_{\tilde{B}}(q,s)}{(q,s)}.$$

В общем случае задача нечеткой диагностики может быть представлена частной матричной моделью вида:

$$A \circ x = b$$

где $\quad A_{m\times p} = (a_{ik})_{i=1,\dots,m}^{k=1,\dots,p}; \quad x_{p\times l} = (x_k)_{k=1,\dots,p}; \quad b_{m\times l} = (b_i)_{i=1,\dots,m}.$

Или в развернутом виде:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mp} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

Основы теории решения обратной задачи, представляющей собой систему уравнений в виде композиций нечетких соответствий рассмотрены, например в [1] и [2].

Нечеткие реляционные уравнения представимы в виде:

$$\left[\begin{array}{l} \{\max_k(T(a_{ik},x_k)) = b_i \\ \{\min_k(I(a_{ik},x_k)) = b_i \end{array}\right. \qquad i = 1,\dots,m.$$

Пусть для конкретности $T_w(\alpha,\beta) = \max(\alpha+\beta-1,0)$, тогда уравнения запишутся в следующей форме:

$$\max_k \big(\max(a_{ik}+x_k-1,0)\big) = b_i, \qquad i = 1,\dots,m.$$

Например, при

$$A = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.8 & 0.7 & 1.0 \\ 0.1 & 0.9 & 0.8 & 0.5 \\ 0.2 & 1.0 & 0.5 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.1 \\ 0.2 \end{pmatrix}.$$

Система уравнений примет вид:

$$x = \begin{cases} \max\big(\max(1.0 + x_1 - 1, 0), \max(0.8 + x_2 - 1, 0), \max(0.7 + x_3 - 1, 0), \\ \qquad \max(1.0 + x_4 - 1, 0)\big) = 0.9 \\ \max\big(\max(0.1 + x_1 - 1, 0), \max(0.9 + x_2 - 1, 0), \max(0.8 + x_3 - 1, 0), \\ \qquad \max(0.5 + x_4 - 1, 0)\big) = 0.1 \\ \max\big(\max(0.2 + x_1 - 1, 0), \max(1.0 + x_2 - 1, 0), \max(0.5 + x_3 - 1, 0), \\ \qquad \max(0.2 + x_4 - 1, 0)\big) = 0.2 \end{cases}.$$

Решение отдельных уравнений и системы в целом в среде *Wolfram Mathematica*

<table>
<tr><th>i</th><th>x^0</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$\left[\begin{array}{c|c|c|c} 0 \leqslant x_1^0 < 0.9 & 0 \leqslant x_2^0 \leqslant 1 & 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 1 & x_4^0 = 0.9 \\ \hline x_1^0 = 0.9 & 0 \leqslant x_2^0 \leqslant 1 & 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 1 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 0.9 \end{array}\right.$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\left[\begin{array}{cc} 0 \leqslant x_1^0 < 1 & \left[\begin{array}{cc} 0 \leqslant x_2^0 < 0.2 & \left[\begin{array}{c|c} 0 \leqslant x_3^0 < 0.3 & x_4^0 = 0.6 \\ \hline x_3^0 = 0.3 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 0.6 \end{array}\right. \\ x_2 = 0.2 & \begin{array}{c|c} 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 0.3 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 0.6 \end{array} \end{array}\right. \\ \hline x_1^0 = 1 & \begin{array}{c|c|c} 0 \leqslant x_2^0 \leqslant 0.2 & 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 0.3 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 0.6 \end{array} \end{array}\right.$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\left[\begin{array}{cc} 0 \leqslant x_1^0 < 1 & \left[\begin{array}{cc} 0 \leqslant x_2^0 < 0.2 & \left[\begin{array}{c|c} 0 \leqslant x_3^0 < 0.7 & x_4^0 = 1 \\ \hline x_3^0 = 0.7 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 1 \end{array}\right. \\ x_2 = 0.2 & \begin{array}{c|c} 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 0.7 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 1 \end{array} \end{array}\right. \\ \hline x_1^0 = 1 & \begin{array}{c|c|c} 0 \leqslant x_2^0 \leqslant 0.2 & 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 0.7 & 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 1 \end{array} \end{array}\right.$</td></tr>
<tr><td>$\{\vdots$</td><td>$\mathrm{x}_1^0 = 0.9 \big\vert x_2^0 = 0.2 \big\vert 0 \leqslant x_3^0 \leqslant 0.3 \big\vert 0 \leqslant x_4^0 \leqslant 0.6$</td></tr>
</table>

Решение обратных задач с нечеткими соответствиями является базовой составляющей нечетких диагностических экспертных систем, находящих применение в технике, медицине, бизнесе [3], образовании [4] и других предметных областях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осипов Г. С.*, *Осипова Е. В.* О решении обратных задач с нечеткими соответствиями. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2019, Т. 26, №3, с. 275–277. DOI: 10.18411/OPPM-2019-26-3
2. *Осипов Г. С.* Основы теории многокаскадных композиций нечетких соответствий. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2019, т. 26, №2, с. 177–178. DOI: 10.18411/OPPM-2019-26-2
3. *Осипов Г. С.* Исследование нечеткой модели выбора бизнес-системы. — Современные наукоемкие технологии, 2019, №9, с. 100–106, DOI: 10.17513/snt.37674
4. *Осипов Г.С. Нечеткая модель подбора факультативов.* — Обозрение прикл. и промышл. матема., 2019, т. 26, в. 1, с. 83–84. DOI: 10.18411/OPPM-2019-26-1

УДК 004.891.3

Osipov G. S. (Yuzhno-Sakhalinsk, Sakhalin State University). **Solving Fuzzy Diagnostics Problems in the Wolfram Mathematica Symbolic Mathematics Package**

Abstract: The results of research on the methodology for solving fuzzy relational equations, which form the basis of expert systems of fuzzy diagnostics, are presented. Practical testing of theoretical and methodological foundations of solving inverse problems in the package of symbolic mathematics was carried out.

Keywords: composition of fuzzy matches, solution of fuzzy relational equations.