

ЗУБКОВА А. М.

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЛА ОДНОВРЕМЕННО ПРОИСХОДЯЩИХ СОБЫТИЙ

1. Введение. Пусть $\{A_i, i \in I\}$ — конечная или счетная совокупность событий, заданных на одном вероятностном пространстве, и η — число одновременно происходящих событий. Решение многих комбинаторно-вероятностных задач связано с нахождением точных формул или оценок (в виде неравенств или асимптотик) для $\mathbf{P}\{\cup_{i \in I} A_i\} = \mathbf{P}\{\eta > 0\} = 1 - \mathbf{P}\{\eta = 0\}$ или для $\mathbf{P}\{\eta = r\}$, $r = 0, 1, 2, \dots$. В п. 2 настоящей работы приводится краткий обзор результатов, позволяющих в достаточно общих ситуациях получать явные оценки таких вероятностей в терминах первых моментов или «конечномерных» вероятностей $\mathbf{P}\{A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_k}\}$, вычисленных для нескольких значений k при всех $(i_1, i_2, \dots, i_k) \in I_0^k$, где

$$I_0^k = \{(i_1, \dots, i_k): i_1, \dots, i_k \text{ принадлежат } I \text{ и попарно различны}\}.$$

В п. 3 предлагается новый подход к получению двусторонних неравенств для $\mathbf{P}\{\cup_{i \in I} A_i\}$ и $\mathbf{P}\{\eta = r\}$ в тех же терминах; показано, что в классе неотрицательных (не обязательно целочисленных) случайных величин эти неравенства, вообще говоря, неулучшаемы. Одним из преимуществ оценок п. 3 по сравнению с неравенствами Бонферрони является заведомая неотрицательность нижних оценок для $\mathbf{P}\{\cup_{i \in I} A_i\}$ и то, что они, как правило, стремятся к 1 при $\mathbf{E} \eta \rightarrow \infty$. В п. 4 приведены доказательства утверждений, сформулированных в п. 3, а в п. 5 рассматриваются иллюстративные примеры применений оценок п. 3.