

НАКОНЕЧНЫЙ А. Г.

МИНИМАКСНЫЕ ОЦЕНКИ ЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ ОТ РЕШЕНИЙ АБСТРАКТНЫХ ЗАДАЧ НЕЙМАНА

Пусть H_0 — некоторое гильбертово пространство со скалярным произведением $(\cdot, \cdot)_0$ и нормой $|\cdot|_0$. Предположим, что в H_0 имеется всюду плотное линейное множество H_+ , которое является гильбертовым пространством относительно некоторого другого скалярного произведения $(\cdot, \cdot)_+$, и $|\cdot|_+$ — норма в H_+ . Если $\varphi \in H_+$, то будем предполагать, что $|\varphi|_0 \leq |\varphi|_+$. отождествим H_0 с двойственным к нему пространством. Обозначим $a(\varphi, \psi)$ непрерывную билинейную форму на пространстве $H_+ \times H_+$ и предположим, что $\mathcal{H}$ — некоторое гильбертово пространство, γ — линейный непрерывный оператор, γ отображает пространство H_+ на $\mathcal{H}$ и ядро $\overset{\circ}{H}_+$ оператора γ плотно в H_0 . Форма $a(\varphi, \psi)$ как функция $\psi \in \overset{\circ}{H}_+$ является непрерывной. Обозначим этот линейный функционал $N\varphi$, т.е. $N\varphi \in \overset{\circ}{H}_-$, где $\overset{\circ}{H}_-$ — пространство, сопряженное к $\overset{\circ}{H}_+$. Пусть, далее,

$$H_+(N) = \{\varphi: \varphi \in H_+, N\varphi \in H_0\}$$

есть пространство с нормой $|\varphi|_{H_+(N)} = (|\varphi|_+^2 + |N\varphi|_0^2)^{1/2}$.

Говорят, что оператор N является формальным оператором, порождаемым формой $a(\varphi, \psi)$. Отметим также, что имеет место формула Грина, т.е. существует такой единственный непрерывный линейный оператор, действующий из пространства H_+ в $\mathcal{H}'$, что $a(\varphi, \psi) = (N\varphi, \psi)_0 + \langle \delta\varphi, \gamma\psi \rangle$ для всех $\varphi \in H_+(N)$, $\psi \in H_+$. Если $f_1 \in H_0$, $f_0 \in \mathcal{H}'$ и существует такое $\alpha > 0$, что $a(\varphi, \varphi) \geq \alpha |\varphi|_+^2$ для любого $\varphi \in H_+$, то решение абстрактной задачи Неймана

$$N\varphi = f_1, \quad \delta\varphi = f_0 \tag{1}$$

существует и единственно [2].

Предположим, что наблюдается вектор y гильбертового пространства H , который представим в виде

$$y = C\varphi + Df_2 + \eta, \tag{2}$$