

БЕНСУССАН А., КРУИ М., ГАЛЕ Д.

**СТОХАСТИЧЕСКАЯ ВОЛАТИЛЬНОСТЬ АКЦИОНЕРНОГО
КАПИТАЛА, СВЯЗАННАЯ С ЭФФЕКТОМ ЛЕВЕРЕДЖА.
I: ПОВЕДЕНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ**

Авторы предлагают общую схему моделирования волатильности акционерного капитала/акций фирмы, финансируемой за счет выпуска акций и дополнительных, не акционерных, источников капитала. Стохастическая природа волатильности акционерного капитала/акций *эндогенна* и обусловлена воздействием изменений в стоимости активов фирмы на показатель использования заемных средств (финансовый левередж). Сначала авторы представляют основную модель оценки корпоративных ценных бумаг, являющуюся расширением модели Блэка–Шоулса. Затем, впервые в литературе по опционам, показывается, что мгновенная волатильность акционерного капитала/акций есть решение уравнения в частных производных, аналогичного уравнению Блэка–Шоулса, хотя предлагаемое уравнение нелинейно и в общем случае не имеет аналитического решения. Тем не менее, предложены аналитические аппроксимации волатильности акционерного капитала/акций для различных структур капитала: (1) акции и долговые обязательства, (2) акции и варранты и (3) акции, долговые обязательства и варранты. Показывается, что эти аппроксимации очень точны.

Ключевые слова: финансы фирмы, финансовая структура, эффект левереджа (подъемный эффект), расчет цены опционов, оценка стоимости ценных бумаг, стохастическая волатильность, варранты, численные методы.

1. Введение

Модель Блэка–Шоулса (BSM — Black–Scholes Model) для европейских опционов получена на основе ограничивающего допущения, состоя-

Bensoussan A., Crouhy M., Galai D. Stochastic equity volatility related to the leverage effect. I: Equity volatility behaviour. — Applied Mathematical Finance, 1994, vol. 1, p. 63–85. Publisher: Chapman & Hall.

© Chapman & Hall, 1994 г.

© Перевод на русский язык с разрешения владельца прав. Научное издательство «ТВП», 1995 г.

щего в том, что курс акций подчиняется процессу стационарного геометрического броуновского движения с постоянной дисперсией. Тот факт, что волатильность акционерного капитала/акций остается постоянной, оспаривался многими авторами в литературе по финансам. (См., например, раздел в обзоре [4], посвященный эмпирическим исследованиям данных о прибыли по акциям.) С одной стороны, предложенные модели стохастической волатильности допускают, что волатильность подчиняется диффузионному процессу с возможной зависимостью от цены основного капитала (актива). В данных моделях динамика волатильности *экзогенна* по отношению к структуре капитала фирмы и с трудом находит подтверждение на экономической почве. (См., к примеру, [10], [12].) С другой стороны, теоретические работы показывают, что волатильность акционерного капитала/акций не стационарна из-за так называемого *эффекта леввереджа* (или подъемного эффекта). Долг заставляет степень риска обыкновенных акций расти в зависимости от волатильности фирмы и флуктуировать в результате изменений в стоимости активов фирмы. Выпуск в обращение «размывающих» капитал ценных бумаг типа варрантов имеет противоположный эффект. (См. например, [7], [9], [5].)

В данной статье авторы предлагают общую схему анализа поведения волатильности акционерного капитала/акций для различных структур капитала фирмы. Стохастическая природа волатильности акционерного капитала/акций эндогенна и обусловлена влиянием изменений в стоимости активов фирмы на финансовый леввередж. В разделе 2 представлена основная модель для оценки стоимости корпоративных ценных бумаг; эта модель является расширением BSM. В разделе 3 показывается, что волатильность акционерного капитала/акций есть решение нелинейного уравнения в частных производных, для которого, вообще говоря, не существует аналитического решения. Авторы выводят аналитические аппроксимации волатильности акций и показывают их исключительную точность для большей части практических ситуаций. В разделах 4, 5 и 6 рассматривается поведение волатильности акций для различных структур капитала фирмы: когда фирма финансируется за счет выпуска (1) акций и долговых обязательств, (2) акций и варрантов и (3) акций, долговых обязательств и варрантов.