

МОХАМЕД Б.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЕРАЦИОННЫХ ИЗДЕРЖЕК И ОПТИМАЛЬНОГО РЕХЕДЖИРОВАНИЯ

Настоящая работа посвящается проблеме хеджирования опционов при пропорциональных операционных расходах.

Среда Блека–Шоулса, предполагающая безфрикционность (отсутствие «трения») на рынке, позволяет в точности отвечать по платежным обязательствам опционов за счет возможности непрерывного рехеджирования. Однако при наличии операционных издержек частое рехеджирование приводит к их накоплению. И, напротив, редкое рехеджирование приводит к погрешностям в самой стратегии. В статье делается попытка оценить несколько стратегий рехеджирования с помощью моделирования методом Монте-Карло. Модели строятся так, чтобы разделить погрешности хеджирования и операционные издержки и тем самым обеспечить возможность слежения за относительными компромиссами. Результаты показывают, что аналитическая аппроксимация при подходе, заключающемся в максимизации функции полезности, является эффективной и, вместе с тем, простой в применении. Стратегия сводится к требованию хеджировать в пределах динамической полосы в окрестностях дельты Блэка–Шоулса. Эта полоса есть функция гаммы опциона.

Ключевые слова и фразы: опционы, операционные издержки, хеджирование.

§ 1. Введение

В 1973 г. Блэк и Шоулс [1] развили стратегию, которая позволяла осуществлять проплату опционов, поддерживая непрерывное хеджирование в основных активах. Такое дублирование вполне приемлемо, если рехеджирование осуществляется непрерывно и отсутствуют операционные расходы. Это ограничение несущественно, когда в основные активы включен биржевой фьючерсный контракт, рынки ликвидны и операционные расходы низки. Однако в случае рынков, где нет таких

Mohamed B. Simulations of transactions cost and optimal rehedging. — Applied Mathematical Finance, 1994, vol. 1, p. 49–62. Publisher: Chapman & Hall.

© Chapman & Hall, 1994 г.

© Перевод на русский язык с разрешения владельца прав. Научное издательство «ТВП», 1995 г.

фьючерсных контрактов, продавец опциона должен хеджировать с помощью собственных базовых активов. Некоторым рынкам, например, в стадии становления, могут быть присущи значительные операционные расходы. В таких случаях нужна практическая методика рехеджирования.

В настоящей статье анализируется эффективность нескольких стратегий рехеджирования, дискретного во времени и при пропорциональных операционных расходах. При частом рехеджировании погрешности хеджирования уменьшаются, но операционные расходы растут. Напротив, при редком рехеджировании операционные расходы снижаются, но погрешности хеджирования становятся велики. Мы исследуем эти стратегии с тем, чтобы определить точку, в которой минимизируется совокупность этих расходов.

В литературе анализируются различные стратегии, но обычно рассматривают математические ожидания операционных расходов и погрешностей хеджирования. Далее мы увидим, что математические ожидания не всегда являются адекватной мерой риска. Практической мерой мог бы быть 95-процентный риск убытка, определяемый здесь как убыток, под угрозой которого пребывают на протяжении 95% времени. Такая мера редко упоминается в литературе. В данной статье делается попытка оценить несколько методов рехеджирования путем численного моделирования «короткой» позиции опционов покупателя. Мы не интересуемся тем, как оценивается опцион, а ищем наиболее эффективную стратегию его защиты. Каждая из испытываемых стратегий получала надбавку Блэка–Шоулса, и цель состоит в том, чтобы найти стратегию, которая даст наименьшие убытки. Некоторые стратегии могут иметь низкие ожидаемые расходы, но большой риск разорения. В то же время другие могут плохо работать в среднем, но при малой вероятности разорения. Модели позволяют оценить как ожидаемую эффективность, так и 95-процентный риск потери этих затрат.