

ЗУБКОВ А. М.

НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ МОМЕНТОВ ОТНОШЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

В [2] автором получены двусторонние (в общем случае неулучшаемые) неравенства для вероятности того, что неотрицательная случайная величина положительна. Эти оценки имеют вид рациональных функций от моментов рассматриваемой случайной величины. Применение этих неравенств к суммам индикаторных случайных величин дало новые неравенства для вероятности объединения событий, которые, как правило, улучшают известные неравенства Бонферрони. Предложенные в [2] доказательства используют стандартные свойства неотрицательно определенных квадратичных форм. В настоящей заметке показано, что тот же подход позволяет получать неравенства для моментов отношения случайных величин.

Будем в дальнейшем использовать обозначение

$$A_k(x_0, \dots, x_{2k}) = \|a_{ij}\|_{i,j=0}^k$$

для квадратной $(k+1) \times (k+1)$ -матрицы с элементами

$$a_{ij} = x_{i+j}, \quad i, j = 0, \dots, k.$$

Положим для случайных величин X и Y

$$D_{0k}(X, Y) = \det A_k(0, \mathbf{E} X, \mathbf{E} XY, \mathbf{E} XY^2, \dots, \mathbf{E} XY^{2k-1}),$$

$$D_{1k}(X, Y) = \det A_{k-1}(\mathbf{E} XY, \mathbf{E} XY^2, \dots, \mathbf{E} XY^{2k-1}),$$

$$D_{0k}^*(X, Y) = \det A_k(\mathbf{E} X, \mathbf{E} XY, \dots, \mathbf{E} XY^{2k}).$$

Теорема 1. *Если случайные величины X и Y таковы, что*

$$\mathbf{P}\{Y > 0\} = 1, \quad \max_{0 \leq j < 2k} \mathbf{E} XY^j < \infty \quad (1)$$

и квадратичная форма

$$Q(z_0, \dots, z_k) = \mathbf{E} \frac{X}{Y} (z_0 + z_1 Y + z_2 Y^2 + \dots + z_k Y^k)^2 \quad (2)$$