ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 18 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2011

КАРАПЕТЯН Н. В.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ВЕЛИЧИНЫ ДИВИДЕНДОВ К ВОЗМУЩЕНИЮ БАЗОВОГО ПРОЦЕССА

В статье рассмотрена модель работы страховой компании как акционерного общества, предложен метод нахождения ожидаемых дисконтированных дивидендов, выплаченных до разорения, и исследован вопрос устойчивости величины ожидаемых дивидендов при изменении распределения поступающих требований.

§ 1. Введение

В 1957 г. Бруно де Финетти [1] впервые предложил рассматривать стратегии работы страховой компании с точки зрения выгоды акционеров. Он показал, что при использовании барьерной дивидендной стратегии компания неминуемо разорится, поэтому имеет смысл искать стратегии, максимизирующие доход акционеров до разорения, т. е. выплаченные дивиденды. Сам де Финетти исследовал случай дискретного времени. В непрерывном случае основополагающими работами являются монографии Бюльмана [2] и Гербера [3]. Ими было найдено интегро-дифференциальное уравнение для величины ожидаемых дисконтированных дивидендов и в случае экспоненциально распределенных требований по выплате возмещений предложен метод решения при помощи дифференциального оператора. В дальнейшем, имея явный вид для величины ожидаемых дивидендов, удалось найти оптимальную барьерную стратегию (см., например, [4]). Однако все это было сделано для экспоненциального распределения требований. Для произвольного распределения в классической модели Крамера–Лундберга были лишь рассмотрены всевозможные аппроксимационные методы (см., например, [5]). И Бюльман, и Гербер в своих исследованиях считали, что дивидендный барьер постоянен, и искали его оптимальное значение. Однако есть работы, посвященные и поиску оптимальной стратегии в целом. Так, Жанблан–Пике и Ширяев [6] показали, что при ограниченной скорости выплаты дивидендов оптимальной стратегией будет именно барьерная стратегия, т. е. стратегия, при которой дивиденды выплачиваются с постоянной скоростью по достижении капиталом некоторого уровня, а до этого не выплачиваются вовсе.

В данной работе предложен способ решения интегро-дифференциального уравнения при произвольном распределении требований путем сведения к уравнению восстановления. Такой метод был использован в [7] для модели с диффузией, в § 3 проведена его модификация для классического случая. Далее переходим к исследованию устойчивости. В § 4 выведена оценка для разности величин дивидендов при разных распределениях требований. Наконец, в § 5 приведена модификация этой оценки в случае экспоненциально распределенных требований и исследовано поведение величины дивидендов как при ограниченном, так и при достаточном большом значении барьера.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2011 г.

Теорема 5. *Если одно из распределений экспоненциальное, а плотность второго ограничена, то выполнены следующие утверждения.*

1. *Если распределения требований достаточно близки, то при фиксированном уровне выплаты дивидендов ожидаемые дисконтированные дивиденды тоже будут близки.*

2. *При $b \to \infty$ модуль разности $|V_1(x,b) - V_2(x,b)|$ ведет себя не хуже, чем*

$$a_b\left(1 + \frac{2\lambda}{\delta}\right)\alpha \frac{r-s}{r(r+\mu)} b^2 e^{(\alpha+\beta-r)b}.$$

Доказательство. По теореме 4 при фиксированном b выражение, стоящее при a_b, известно и конечно, поэтому выполнено утверждение 1.

Для проверки утверждения 2 исследуем, как ведут себя выражения при $b \to \infty$: $P(b)$ ведет себя как $(1 + 2\lambda/\delta)\alpha b^2 e^{\alpha b}$, а $v_1'(b)$ ведет себя как $[r(r+\mu)/(r-s)]e^{rb}$, так как $s < 0$, а $0 < r < \beta$. Тогда все выражение, стоящее в правой части в формуле (17), при больших b ведет себя как

$$a_b\left(1 + \frac{2\lambda}{\delta}\right)\alpha b^2 e^{\alpha b} \frac{r-s}{r(r+\mu)} e^{(\beta-r)b}.$$

Выражаю благодарность моему научному руководителю проф. Е. В. Булинской за помощь в постановке задачи и полезные замечания в процессе исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *De Finetti B.* Su un'impostazione alternativa della teoria collettiva del rischio. — In: Transactions of the XV International Congress of Actuaries, New York: 1957, v. 2, p. 433–443.
2. *Bühlmann H.* Mathematical Methods in Risk Theory. N. Y.: Springer, 1970.
3. *Gerber H. U.* An Introduction to Mathematical Risk Theory. Philadelphia, PA: Huebner Foundation, 1979.
4. *Gerber H. U.*, *Shiu E. S. W.*, *Smith N.* Maximizing dividends without bankruptcy. — ASTIN Bulletin, 2006, v. 36, № 1, p. 5–23.
5. *Gerber H. U.*, *Shiu E. S. W.*, *Smith N.* Methods for estimating the optimal dividend barrier and the probability of ruin. — Insurance: Math. Econom., 2008, v. 42, № 1, p. 243–254.
6. *Жанблан-Пике М.*, *Ширяев А. Н.* Оптимизация потока дивидендов. — Успехи матем. наук, 1995, т 50, в. 2, с. 25–46.
7. *Wan N.* Dividend payments with a threshold strategy in the compound Poisson risk model perturbed by diffusion. — Insurance: Math. Econom., 2006, v. 40, № 3, p. 509–523.

Поступила в редакцию
02.XI.2010