О Б О З Р Е Н И Е
П Р И К Л А Д Н О Й И П Р О М Ы Ш Л Е Н Н О Й
Т о м 18 М А Т Е М А Т И К И В ы п у с к 6
2011

ЗОРИН А. В.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СЧЕТНОЙ ЦЕПИ МАРКОВА С КВАЗИТЕПЛИЦЕВОЙ ПЕРЕХОДНОЙ МАТРИЦЕЙ

Содержание

При описании некоторых систем массового обслуживания возникают случайные счетные многомерные марковские цепи, переходные вероятности которых имеют специфический вид. Это позволяет находить условия существования стационарного режима в таких системах с помощью итеративно-мажорантного метода.

Ключевые слова и фразы: маркированный точечный процесс, квазитеплицева переходная матрица, случайная среда, стационарное распределение, итеративно-мажорантный метод, обслуживание с разделением времени.

§ 1. Представление системы обслуживания с разделением времени в виде многомерной марковской цепи с квазитеплицевой переходной матрицей

Рассматривается однолинейная система обслуживания с повторными требованиями. Требования (заявки, потребители) поступают извне группами случайного размера и помещаются в накопитель бесконечного объема. Эти требования называем *первичными.* Обслуживающее устройство обслуживает требования по одному и без простоев. Если по окончании обслуживания накопитель пуст, то обслуживается первое пришедшее требование. Длительности обслуживания независимы между собой и от входного потока и задаются функцией распределения $B(t)$, $B(+0) = 0$. Каждое обслуженное требование либо возвращается в очередь для повторного обслуживания с вероятностью p, $0 \leqslant p < 1$, либо покидает систему с вероятностью $1-p$. Такие повторные требования называем *вторичными.* Входной поток первичных требований формируется в случайной среде с конечным числом состояний $\{e^{(1)}, e^{(2)}, \ldots, e^{(W)}\}$. Смена состояния случайной среды может происходить только в моменты окончания обслуживания требований. Математической моделью случайной среды является однородная неразложимая цепь Маркова, периодическая либо апериодическая. Вероятность смены состояния $e^{(l)}$ на состояние $e^{(k)}$ есть $a_{l,k}$, $l, k \in \{1, 2, \ldots, W\}$. При состоянии среды $e^{(k)}$ группы первичных требований образуют пуассоновский поток с интенсивностью $\lambda^{(k)}$, а распределение числа заявок в группе имеет производящую функцию $f^{(k)}(z) = \sum_{c=1}^{\infty} p_c^{(k)} z^c$, $|z| < 1 + \varepsilon$ для некоторого $\varepsilon > 0$. Здесь величина $p_c^{(k)}$ определяет вероятность того, что заявок в группе ровно c, когда состояние среды есть $e^{(k)}$. Таким образом, все время обслуживания каждого требования разделено на кванты, и с вероятностью p предоставленного кванта оказывается достаточно. Такая система есть частный случай системы из [1] при $m = 1$ (число входных потоков), но с б´ольшим числом состояний среды

Все рассматриваемые случайные объекты определяются или задаются конструктивно на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathsf{P}(\cdot))$, где Ω — пространство описаний элементарных исходов, $\mathfrak{F}$ — σ-алгебра событий $A \subset \Omega$, $\mathsf{P}(\cdot)$ — вероятностная мера на $\mathfrak{F}$, E — символ математического ожидания по вероятностной мере P.

…

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зорин А. В.*, *Федоткин М. А.* Оптимизация управления дважды стохастическими неординарными потоками в системах с разделением времени. — Автомат. и телемех., 2005, в. 7, с. 102–111.
2. *Федоткин М. А.* Неполное описание потоков неоднородных требований. — В кн.: Теория массового обслуживания. М.: МГУ–ВНИИСИ, 1981, с. 113–118.
3. *Федоткин М. А.* Оптимальное управление конфликтными потоками и маркированные точечные процессы с выделенной дискретной компонентой. Часть I. — Лит. матем. сб., 1988, т. XXVIII, в. 4, с. 783–794.
4. *Гнеденко Б. В.*, *Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания, М.: Наука, 1987.
5. *Воеводин В. В.*, *Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления. М.: Мир, 1984.
6. *Dukhovny A. M.* Markov chains with quasitoeplitz transition matrix. — J. Appl. Math. Simul., 1989, v. 2, № 1, p. 71–82.
7. *Дудин А. Н.*, *Клименок В. И.* Расчет характеристик однолинейной системы обслуживания, функционирующей в марковской синхронной случайной среде. — Автомат. и телемех., 1997, в. 1, с. 74–83.
8. *Ширяев А. Н.* Вероятность. Кн. 2. М.: МЦНМО, 2004.
9. *Дуб Дж. Л.* Вероятностные процессы. М.: ИИЛ, 1954.

Поступила в редакцию
6.IV.2007

Исправленный вариант
23.III.2011