

Секция «Прикладная вероятность и статистика»

АЛЕКСЕЕВ В. Г., СУХОДОЕВ В. А.

**НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ
С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ**

Содержание

Введение.	481
§ 1. Некоторые предварительные сведения	483
§ 2. Классическая периодограммная оценка спектральной плотности.	484
§ 3. Классическая периодограммная оценка. Уточненные рекомендации	487
§ 4. Оценки производных спектральной плотности.	488
§ 5. Случай систематических пропусков в наблюдениях	489
§ 6. Укрупнение масштаба спектральной плотности в ее низкочастотной части.	490
§ 7. Оценка типа Уэлча	491
§ 8. Оценки некоторых функционалов от спектральной плотности	494
Заключение	496
Список литературы	496

Дан краткий обзор непараметрических методов прикладного спектрального анализа стационарных в широком смысле случайных процессов с дискретным временем. Наиболее подробно рассмотрены классическая периодограммная оценка спектральной плотности исследуемого случайного процесса и оценка типа Уэлча. Формулируются рекомендации по выбору параметров обеих рассматриваемых статистических оценок.

Ключевые слова и фразы: стационарный случайный процесс с дискретным временем, спектральная плотность, непараметрическая оценка.

Введение

Настоящая работа по существу инициирована статьей [1], в которой рассмотрен ряд вопросов, касающихся прикладного спектрального анализа стационарных случайных процессов (ССП). Избранная авторами статьи оценка спектральной плотности строится с применением масштабирующих функций и финитных вейвлетов. В статье указаны условия, при которых эта оценка состоятельна в среднеквадратичном смысле. Что же касается настоящей работы, то ее основная цель состоит

в том, чтобы несколько расширить угол зрения, под которым проблема спектрального оценивания была рассмотрена в статье [1]. В частности, будет предложен ряд приемов, позволяющих в определенных условиях существенно (иногда даже многократно) уменьшить ошибку оценивания спектральной плотности. Значительное внимание будет уделено практическим рекомендациям, вытекающим из предшествующих работ авторов (совместных или одного из них) [2–15]. Некоторые из ранее полученных результатов будут уточнены и представлены в виде, более удобном для практического применения.

Как и в работе [1], будем считать, что исследуемый случайный процесс $\{X(k), k \in \mathbf{Z}\}$ стационарен в широком смысле и центрирован. Лишь в двух последних параграфах статьи будем предполагать, что ССП не только центрирован, но и гауссов. Все статистические оценки, рассматриваемые в статье, будут непараметрическими. Вопросы, касающиеся параметрического оценивания спектральной плотности, рассмотрены в монографиях [16, § 18] и [17, § 1.5].

...

...

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенчук Н. В., Труш Н. Н. Скорость сходимости моментов оценки спектральной плотности, построенной при помощи вейвлетов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 5, с. 761–771.
2. Алексеев В. Г. О выборе спектрального окна при оценке спектра гауссовского стационарного случайного процесса. — Проблемы передачи информации, 1971, т. 7, № 4, с. 45–54.
3. Алексеев В. Г. Некоторые практические рекомендации по спектральному анализу гауссовских стационарных случайных процессов. — Проблемы передачи информации, 1973, т. 9, № 4, с. 42–48.
4. Алексеев В. Г. Некоторые вопросы спектрального анализа гауссовских случайных процессов. — Теория вероятн. и матем. статист., 1974, в. 10, с. 3–11.
5. Алексеев В. Г. Об одном численном эксперименте по вычислению спектров случайных процессов. — Проблемы передачи информации, 1975, т. 11, № 4, с. 106–108.
6. Алексеев В. Г. Об ошибке оценивания спектральной плотности гауссовского случайного процесса. — Теория вероятн. и матем. статист., 1979, в. 21, с. 3–9.
7. Алексеев В. Г. О вычислении спектров стационарных случайных процессов по выборкам большого объема. — Проблемы передачи информации, 1980, т. 16, № 1, с. 42–49.

8. Алексеев В. Г. Об оценках некоторых функционалов от спектральной плотности гауссовских случайных процессов. — Теория вероятн. и ее примен., 1980, т. XXV, № 2, с. 271–277.
9. Алексеев В. Г. О вычислении спектральных плотностей случайных процессов по выборкам большого объема. — Вычислительная и прикладная математика, 1981, в. 44, с. 32–40.
10. *Alekseev V. G.* On the use of alternating kernels in nonparametric statistical estimation. Lecture Notes in Mathematics, v. 1021. Berlin et al.: Springer-Verlag, 1983, p. 15–25.
11. Алексеев В. Г. Об оценках спектральных плотностей некоторых моделей стационарных случайных процессов. — Проблемы передачи информации, 1985, т. 21, № 2, с. 42–49.
12. Алексеев В. Г. Оценка спектральной плотности типа Уэлча. Случай дискретного аргумента. — Автометрия, 2001, № 6, с. 91–97.
13. Алексеев В. Г. О непараметрических оценках спектральной плотности стационарного случайного процесса с дискретным временем. — Автометрия, 2003, т. 39, № 1, с. 82–87.
14. Алексеев В. Г. О непараметрических оценках производных спектральной плотности стационарного случайного процесса с дискретным временем. — Матем. заметки ЯГУ, 2004, т. 11, № 2, с. 10–21.
15. Алексеев В. Г., Суходоев В. А. Новые цифровые линейные фильтры. — Электромагнитные волны и электронные системы, 2005, т. 10, № 9, с. 9–13.
16. Яглом А. М. Корреляционная теория стационарных случайных функций. Л.: Гидрометеиздат, 1981.
17. Привальский В. Е. Климатическая изменчивость (стохастические модели, предсказуемость, спектры). М.: Наука, 1985.
18. Алексеев В. Г. Ядра типа Джексона и Джексона–Валле-Пуссена и их вероятностные применения. — Теория вероятн. и ее примен., 1996, т. 41, № 1, с. 170–177.
19. Алексеев В. Г. Ядра типа Джексона и их разложения в ряд Фурье. — Узбекский матем. журнал, 2001, № 3–4, с. 9–14.
20. Алексеев В. Г. Ядра типа Джексона и их применение к суммированию расходящихся рядов. — Матем. заметки ЯГУ, 2002, т. 9, № 1, с. 6–10.
21. Алексеев В. Г., Суходоев В. А. Новые наборы вейвлетобразующих функций. — Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2007, т. 43, № 5, с. 617–622.
22. Алексеев В. Г. Цифровые линейные фильтры с конечной импульсной характеристикой. Краткая сводка результатов. — Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника (Киев), 2009, т. 52, № 2, с. 62–67.
23. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
24. Журбенко И. Г., Кожевникова И. А., Клиндухова О. В. Выявление периодических составляющих в последовательности псевдослучайных чисел. — Кибернетика, 1984, № 4, с. 89–96.
25. Журбенко И. Г., Кожевникова И. А., Смирнова О. С. О построении и исследовании псевдослучайных последовательностей различными методами. — Заводская лаборатория, 1985, т. 51, № 5, с. 47–51.
26. Журбенко И. Г., Кожевникова И. А. Оценка качества последовательности белого шума. — Автомат. и телемех., 1988, № 11, с. 94–102.
27. Алексеев В. Г. Об одном тесте для проверки датчика псевдослучайных чисел. — Кибернетика, 1988, № 2, с. 122–123.
28. Алексеев В. Г. Об одном методе изучения последовательностей псевдослучайных чисел. — Заводская лаборатория, 1990, т. 56, № 3, с. 84–86.
29. Алексеев В. Г. К оценке качества моделирования последовательности белого шума. — Автомат. и телемех., 1991, № 10, с. 181–182.
30. Поляк И. И. Численные методы анализа наблюдений. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
31. Алексеев В. Г. Об оценках производных плотности вероятности. — Вычислит. и прикл. матем., 1981, в. 43, с. 139–147.

32. *Алексеев В. Г., Савицкий Ю. А.* Об оценке спектра гауссовского случайного процесса по его реализации с пропусками. — Проблемы передачи информации, 1973, т. 9, № 1, с. 66–72.
33. *Отнес Р., Эноксон Л.* Прикладной анализ временных рядов. Основные методы. М.: Мир, 1982.
34. *Welch P. D.* The use of fast Fourier transform for the estimating of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. — IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, 1967, v. AU-15, № 2, p. 70–73.
35. *Bloomfield P.* Fourier analysis of time series: An introduction. New York: John Wiley and Sons, 1976.
36. *Бриллинджер Д.* Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980.
37. *Журбенко И. Г.* Анализ стационарных и однородных случайных систем. М.: Изд-во Московского ун-та, 1987.
38. *Kay S. M.* Modern spectral estimation. Theory and application. Englewood Cliffs (NJ): Prentice-Hall, 1988.
39. *Алексеев В. Г.* О некоторых новых линейных цифровых фильтрах. — Радиотехника и электроника, 1996, т. 41, № 2, с. 206–209.
40. *Алексеев В. Г.* Ядра типа Джексона и их применение к построению фильтров низких частот. — Проблемы передачи информации, 1994, т. 30, № 1, с. 97–102.
41. *Алексеев В. Г.* Полиномиальные тригонометрические ядра и их применение к построению фильтров низких частот. — Проблемы передачи информации, 1996, т. 32, № 4, с. 16–22.
42. *Алексеев В. Г.* Новые дискретные фильтры нижних частот. — Радиотехника, 2002, № 6, с. 44–46.
43. *Алексеев В. Г.* Новый дискретный фильтр нижних частот. — Радиотехника, 2004, № 8, с. 40–41.
44. *Алексеев В. Г.* Новые цифровые фильтры нижних частот. — Изв. вузов. Радиоэлектроника (Киев), 2005, т. 48, № 1, с. 39–43.
45. *Алексеев В. Г., Суходоев В. А.* Ядра типа Джексона и их применение к построению фильтров нижних частот. — Электромагнитные волны и электронные системы, 2006, т. 11, № 2–3, с. 30–32.
46. *Алексеев В. Г., Суходоев В. А.* Новые улучшенные фильтры нижних частот. — Электромагнитные волны и электронные системы, 2007, т. 12, № 4, с. 12–14.
47. *Park B. U., Cho S.* Estimation of integrated squared spectral density derivatives. — Statistics and Probability Letters, 1991, v. 12, № 1, p. 65–72.
48. *Алексеев В. Г.* Об оценке спектра квантованного по уровню гауссовского случайного процесса. — Лит. матем. сборник, 1972, т. 12, № 2, с. 11–15.
49. *Алексеев В. Г.* К вопросу о построении сверхразрешающих спектральных оценок. — Автометрия, 1986, № 1, с. 3–7.
50. *Алексеев В. Г.* Новые модификации периодограмм второго и третьего порядков. — Теория вероятн. и ее примен., 1997, т. 42, № 4, с. 657–667.
51. *Самаров А. М.* Нижняя граница риска оценок спектральной плотности. — Проблемы передачи информации, 1977, т. 13, № 1, с. 67–72.
52. *Ефроймович С. Ю., Пинскер М. С.* Оценивание квадратично-интегрируемой спектральной плотности по последовательности наблюдений. — Проблемы передачи информации, 1981, т. 17, № 3, с. 50–68.
53. *Гапошкин В. Ф.* Сходимость почти наверное оценок спектральной плотности стационарного процесса. — Теория вероятн. и ее примен., 1980, т. XXV, № 1, с. 172–178.

Поступила в редакцию
10.II.2011

Исправленный вариант
08.IX.2011